FOLIA 196

Annales Universitatis Paedagogicae Cracoviensis

Studia ad Didacticam Mathematicae Pertinentia VII (2015)

ISSN 2080-9751

Piotr Błaszczyk

XXX Konferencja z Historii Matematyki, Będlewo, 5–8 V 2016*

1. W maju 2016 roku, w Ośrodku Badawczo-Konferencyjnym Instytutu Matematycznego PAN w Będlewie, odbyła się XXX Konferencja z Historii Matematyki. Jej organizatorem był Witold Więsław, człowiek-instytucja, osoba, której zasługi dla historii matematyki w Polsce trudno przecenić. W. Więsław uczestniczył we wszystkich 30. Konferencjach z Historii Matematyki[1], wniósł istotny wkład w organizację, prace programowe oraz wydanie materiałów pokonferencyjnych wielu edycji, a poczynając od XXV organizował konferencje niemal samodzielnie, sporadycznie zyskując wsparcie instytucjonalne, czy to Instytutu Matematycznego Uniwersytetu Wrocławskiego, czy PTM-u, czy Instytutu Matematycznego PAN.

Okrągły jubileusz skłania do przypomnienia historii Konferencji[2]. Oto one:

- I Ogólnopolska Szkoła Historii Matematyki, Pokrzywna, woj. opolskie, 1–6 VI 1986.
- II Ogólnopolska Szkoła Historii Matematyki: Matematyka XIX wieku, Lubin, k. Międzyzdrojów, 25–29 V 1987.
- III Ogólnopolska Szkoła Historii Matematyki: Matematyka przełomu XIX i XX wieku. Nurt mnogościowy, Jaworze, k. Bielska-Białej, 25–29 V 1988.
- IV Ogólnopolska Szkoła Historii Matematyki: Matematyka przełomu XIX i XX wieku, Pogorzelica, 8–12 V 1989.
- V Ogólnopolska Szkoła Historii Matematyki: Probabilistyka i mechanika w szkicach historycznych, Dziwnów, 9–13 V 1990.
- VII Ogólnopolska Szkoła Historii Matematyki: Problemy Hilberta, Międzyzdroje, 10–14 V 1993.
- VIII Ogólnopolska Szkoła Historii Matematyki: Prawdy i mity w historii matematyki, Rudy Raciborskie, 6–10 V 1994.
- IX Ogólnopolska Szkoła Historii Matematyki: Matematyka w Polsce 1851–1950, Międzyzdroje, 4–9 VI 1995.

---

*XXX Conference on History of Mathematics, Będlewo, 5–8 V 2016

[1] W. Więsław nie był obecny na pierwszej konferencji, ale jego referat został tam odczytany i zamieszczony w materiałach pokonferencyjnych.

[2] Nazwa konferencji zmieniała się wraz ze zmianą organizatorów: od Ogólnopolskiej Szkoły Historii Matematyki, przez Konferencję Naukową PTM z Historii Matematyki, po Konferencję z Historii Matematyki. Pamiętając o tych różnicach, dalej będzie stosować jedną nazwę Konferencja z Historii Matematyki.

- XIII Ogólnopolska Szkoła Historii Matematyki: Matematyka XVIII stulecia, Kołobrzeg, 17–21 V 1999.
- XIV Ogólnopolska Szkoła Historii Matematyki: Matematyka czasów Gaussa, Zielona Góra, 8–14 V 2000.
- XV Ogólnopolska Szkoła Historii Matematyki: Matematyka czasów Weierstrassa, Kołobrzeg, 28 V–2 VI 2001.
- XVI Ogólnopolska Szkoła Historii Matematyki: Algorytmy w dziejach matematyki, Turawa, k. Opola, 14–18 V 2002.
- XVII Ogólnopolska Szkoła Historii Matematyki: Matematyka abelowa, Nowy Sącz, 9–13 VI 2003.
- XVIII Ogólnopolska Szkoła Historii Matematyki: Słynne dzieła matematyczne i rocznice, Białystok–Supraśl, 31 V–4 VI 2004.
- XIX Ogólnopolska Szkoła Historii Matematyki: Wokół Bernoullich, Zamość, 6–10 VI 2005.
- XX Ogólnopolska Szkoła Historii Matematyki: Historia matematyki polskiej, Ustronie, k. Bielska-Białej, 21–26 V 2006.
- XXI Konferencja Naukowa PTM z Historii Matematyki: Leonhard Euler (1707--1783) – w trzechsetlecie urodzin, Iwonicz-Zdrój, 21–25 V 2007.
- XXII Konferencja Naukowa PTM z Historii Matematyki: Matematyka i matematycy polscy okresu zaborów (1795–1918), Iwonicz-Zdrój, 26–30 V 2008.
- XXIII Konferencja Naukowa PTM z Historii Matematyki: Matematyka i matematycy polscy okresu zaborów (1795–1918), Iwonicz-Zdrój, 25–29 V 2009.
- XXIV Konferencji Naukowej PTM z Historii Matematyki: Matematyka polska przełomu XIX i XX wieku, Iwonicz-Zdrój, 24–28 V 2010.
- XXV Konferencja Naukowa PTM z Historii Matematyki: Matematyka polska I połowy XX wieku, Będlewo, 23–27 V 2011.
- XXVI Konferencja Naukowa z Historii Matematyki: Matematyka polska w latach 1851–1950, Iwonicz-Zdrój, 21–25 V 2012.
- XXVII Konferencja z Historii Matematyki, Będlewo, 20–24 V 2013.
- XXVIII Konferencja z Historii Matematyki, Będlewo, 9–12 VI 2014.
- XIX Konferencja z Historii Matematyki, Będlewo, 25–28 V 2015.
- XXX Konferencja z Historii Matematyki, Będlewo, 5–8 V 2016.

Podsumowanie dziesięciu pierwszych edycji Konferencji zawierają artykuły: S. Fudali, *Drukowane pokłosie Szkół Historii Matematyki* oraz Z. Pawlikowska-Brożek, *Geneza i tematyka Szkół Historii Matematyki*[3]. Tytuły referatów z dziewiętnastu pierwszych Konferencji oraz dane dotyczące wydawnictw pokonferencyjnych zebrał W. Więsław w nocie zatytułowanej *Poprzednie tomy z Historii Matematyki*[4]. Dodajmy jeszcze, bo to symptomatyczne, że najwięcej uczestników, blisko stu, zgromadziła VII Konferencja. Jej dorobek wydano w tomie *Problemy Hilberta w pięćdziesięciolecie śmierci ich twórcy*[5].

[3] S. Fudali, *Drukowane pokłosie Szkół Historii Matematyki*, [w:] *X Szkoła Historii Matematyki*, Uniwersytet Opolski. Zeszyty Naukowe. Matematyka 30. Opole 1997, 85–90; Z. Pawlikowska–Brożek, *Geneza i tematyka Szkół Historii Matematyki*, tamże, 115–124.

[4] W. Więsław, Poprzednie tomy z Historii Matematyki, *Antiquitates Mathematicae* 1, 2007, 12–23.

[5] W. Więsław (red.), *Problemy Hilberta w pięćdziesięciolecie śmierci ich twórcy*, Instytut Historii Nauki PAN, Warszawa 1997.

Pierwsze konferencje dedykowano wyraźnie zakreślonym tematom z historii matematyki powszechnej. Kolejne, poczynając od XX, były zorientowane na matematykę polską, skupiając się przy tym raczej na biografiach niż kwestiach matematycznych. Tę zmianę tematyki dobrze ilustruje zestawienie programów I i XXX konferencji. Oto tytuły referatów zamieszczonych w wydawnictwie pokonferencyjnym I Szkoły Historii Matematyki[6]:

- R. Duda, *Zarys rozwoju koncepcji przestrzeni.*
- J. Folta, *Rozwój geometrii w XIX wieku, niektóre rysy rozwoju społecznego, a specyfika powstawania szkół geometrii.*
- J. Konarski, *Historia rozwoju geometrii różniczkowej.*
- M. Kordos, *Początki metody dedukcyjnej.*
- M. Kordos, *Zarys historii geometrii rzutowej.*
- J. Mioduszewski, *Rozwój pojęcia continuum.*
- M. Moszyńska, *Z historii geometrii analitycznej.*
- L. Szczerba, *Historia geometrii nieeuklidesowej.*
- L. Szczerba, *Historia podstaw geometrii euklidesowej.*
- W. Więsław, *Historia konstrukcji geometrycznych.*

A oto program XXX Konferencji:

- R. Duda, *Matematycy polscy na tle dziejów kraju w wiekach XIX i XX.*
- L. Maligranda, *Wydział Matematyczno-Fizyczny Uniwersytetu Lwowskiego w latach 1939–1941.*
- J. Prytuła, *Wykłady z matematyki na Uniwersytecie Lwowskim do 1939 roku.*
- W. Wilczyński, *Zbiory, których konstrukcje zawdzięczamy polskim matematykom.*
- A. Pałka, *Starodruki anamorficzne w zbiorach Biblioteki Jagiellońskiej.*
- W. Więsław, *Michał Pełka Poliński (1785–1848).*
- K. Wuczyńska, *Sylwetka nauczyciela matematyki na tle rozwoju szkolnictwa wg Adama Wachułki.*
- W. Piotrowski, *Matematyka w Wolnej Wszechnicy Polskiej w okresie międzywojennym.*
- L. Maligranda, *Aleksander Pełczyński (1932–2012).*
- R. Murawski, *Warszawska Szkoła Logiczna o przedmiocie matematyki i logiki.*
- D. Ciesielska, *O wykładach Władysława Kretkowskiego (1882/83) oraz Wacława Sierpińskiego (1908) z teorii kwaternionów.*
- Z. Pogoda, *Prace Antoniego Hoborskiego (1879–1940) dotyczące nauczania geometrii.*
- S. Domoradzki, *Andrzej Pelczar (1937-2010) – życie i twórczość.*
- Z. Pogoda, *Kazimierz Żorawski (1866–1953) – w 150 rocznicę urodzin.*
- P. Błaszczyk, *Heinricha Webera konstrukcja liczb rzeczywistych.*
- S. Domoradzki, *Krzysztof Tatarkiewicz (1923–2011) – życie i twórczość.*
- R. Duda, *Stan i potrzeby historii matematyki w Polsce.*
- W. Wójcik, *Jan Śleszyński, polski logik i matematyk. Analiza osiągnięć okresu krakowskiego.*
- I. Jóźwik, M. Terepeta, *Prace Stefana Kempistego z teorii funkcji rzeczywistych.*

[6] Zob. J. J. Charatonik (red.), *Zeszyty Naukowe Wyższej Szkoły Inżynierskiej w Opolu* Nr 125, *Matematyka*, Z. 12, Opole 1987.

- J. Koroński, *Matematyka w siedemdziesięcioleciu Politechniki Krakowskiej.*
- A. Dawidowicz, *Alternatywa Fredholma wczoraj i dziś.*
- D. Ciesielska, *Wybrane publikacje z czasopisma Izwiestija Cesarskiego Uniwersytetu Warszawskiego (1870–1917).*
- J. Strelcyn, *Matematyka i matematycy na Cesarskim Uniwersytecie Warszawskim (1870–1915).*

2. Podczas gdy w Niemczech, Anglii czy USA już dawno wytworzyły się grupy zawodowych historyków matematyki, to w Polsce historię matematyki uprawiają tylko zawodowi matematycy, właściwie jako hobby, a nie jako podstawową aktywność naukową. W rezultacie polskie środowisko wydało szereg opracowań wybranych zagadnień matematyki najnowszej, przede wszystkim XX-wiecznej. Są to rzetelne prace, pisane przez specjalistów w dziedzinach szczegółowych, oparte na materiałach źródłowych, czyli artykułach badawczych i przeglądowych oraz monografiach.

Jednakże problemy i techniki matematyki współczesnej ledwie wykraczają poza granice XX wieku i im głębiej w historię, tym bardziej bezradny staje dzisiejszy matematyk wobec dawnych, a zarzuconych już technik, konwencji, sposobów argumentacji czy wreszcie pojęć, by wymienić równość figur, wielkość, proporcję, nieskończenie małe, stosunek $\frac{0}{0}$, itp. W rezultacie matematyka XVIII, XVII wieku i dawniejsza jest dla współczesnego matematyka zrozumiała o tyle, o ile umie on powiązać ją z matematyką XX wieku, a teksty źródłowe są wówczas z konieczności interpretowane.

W polskich opracowaniach tych okresów źródła są owszem cytowane, ale ich interpretacje nie są oryginalne – w istocie powtarzają tezy podstawowych monografii z historii matematyki autorów takich jak Carl Boyer, Moris Kline czy Victor Katz[7]. Tym sposobem w polskiej literaturze ciągle obowiązuje na przykład pogląd, że Leibniz, Newton czy Euler rozwijali rachunek różniczkowy dysponując przybliżoną wersją współczesnej analizy matematycznej i dopiero w ostatnich dekadach XIX wieku, wraz z powstaniem klasycznej analizy matematycznej, sformułowano „rygorystyczne" podstawy analizy. Taki obraz nie wytrzymuje konfrontacji z tekstami źródłowymi (autorstwa Lebniza, Newtona czy Eulera, jak i tymi pochodzącymi od Cantora, Dedekinda czy Weierstrassa). I chociaż w badaniach historycznych interpretacja tekstu jest często niezbędna, to akurat w przypadku pism ojców założycieli rachunku różniczkowego, perspektywę lepszą niż klasyczna analiza matematyczna stwarza analiza niestandardowa, dziedzina, która w Polsce jest słabo reprezentowana[8].

[7] Zob. C. Boyer, *Historia rachunku różniczkowego i całkowego i rozwój jego pojęć*, PWN, Warszawa 1964; M. Kline, *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times*, Oxford University Press, New York 1972; V. Katz, *History of Mathematics*, Addison-Wesley, Reading, Massachusetts 1998.

[8] Zob. P. Błaszczyk, M. Katz, D. Sherry, Ten misconceptions from the history of analysis and their debunking, *Foundations of Science*, 18(1), 2013, 43–74; P. Błaszczyk, V. Kanovei, M. Katz, D. Sherry, Controversies in the Foundations of Analysis: Comments on Schubring's Conflicts, *Foundations of Science* 2016 (online first); T. Bascelli et al., Leibniz versus Ishiguro: closing a quarter century of syncategoremania, *HOPOS* 6(1), 2016, 117–147; P. Błaszczyk, V. Kanovei, M. Katz, S. Kutateladze, D. Sherry, Toward a history of mathematics focused on procedures, *Foundations of Science* 2016 (przyjęte do druku); J. Bair et al., Interpreting the infinitesimal

Gdy sięgniemy jeszcze głębiej, do matematyki greckiej, to polska historia matematyki jest prowadzona bez kontaktu z materiałami źródłowymi, polegając z konieczności na opracowaniach lub spekulacjach. Co więcej, autorzy podstawowych syntez historii matematyki, jak chociażby ci wyżej wskazani, także nie pracują na tekstach źródłowych i powielają stare schematy. W rezultacie o matematyce greckiej ciągle opowiada się za pomocą liczb rzeczywistych, a w najlepszym razie za pomocą jakiegoś bliżej niesprecyzowanego ciała archimedesowego[9], z pominięciem faktu, że grecka teoria proporcji była podstawowym narzędziem matematycznym do końca XVII wieku. Tym sposobem całościowe spojrzenia na historię matematyki, jakie wydało polskie środowisko matematyczne, ma owszem wiele walorów, ale głównie popularnonaukowych[10].

3. XXX Konferencję z Historii Matematyki w sposób szczególny naznaczyły dwa referaty: Ady Pałki *Starodruki anamorficzne w zbiorach Biblioteki Jagiellońskiej* oraz Romana Dudy *Uwagi o sytuacji historii matematyki w Polsce*. Magister Pałka jest słuchaczką Studiów Doktoranckich przy Instytucie Matematyki Uniwersytetu Jagiellońskiego, profesor Duda to wybitny matematyk, a zarazem nestor polskiej historii matematyki. Być może spotkanie na małej konferencji tych prelegentów jest znakiem, że do polskiej nauki wkraczają już zawodowi historycy matematyki.

Słynny obraz Hansa Holbeina *Ambasadorowie* (1533, National Gallery, Londyn), z zagadkowym przedstawieniem ludzkiej czaszki w dolnej partii płótna, to przykład anamorfozy, czyli techniki zniekształcania przedstawień, które ukazują się w naturalnych proporcjach dopiero wtedy, gdy są oglądane przy spełnieniu odpowiednich warunków. Rozwinięto trzy odmiany anamorfozy: (1) *perspektywiczną*, w której przedstawienie ukazuje się w naturalnych proporcjach, gdy jest oglądane z wybranego miejsca (czyli tak jak w obrazie Holbeina), (2) *lustrzaną*, w której przedstawienie ukazuje się w naturalnych proporcjach, dopiero jako odbite na lustrzanej powierzchni cylindrycznej lub stożkowej, (3) *zwijaną*, w której przedstawienie ukazuje się w naturalnych proporcjach, gdy papier, na którym położono rysunek zostanie odpowiednio zwinięty, np. w stożek. Okazuje się, że polski grafik i rysownik Jan Ziarnko w traktacie *Perspectivae Stereo Graphicae Pars Specialis* (1619) jako pierwszy opisał matematyczne reguły *anamorfozy zwijanej*. Odkrycie to zawdzięczamy młodej badaczce z Krakowa, Adzie Pałce. Rzecz została ogłoszona w prestiżowym periodyku *Print Quarterly* i jest świetnym przykładem propagowania polskiego wkładu w historię matematyki[11].

Uwagi o sytuacji historii matematyki w Polsce Romana Dudy wpisują się w tradycję refleksji nad stanem polskiej historii matematyki, sięgającą takich prac, jak Aleksandra i Ludwika Birkenmajerów *Najważniejsze dezyderaty nauki*

---

mathematics of Leibniz and Euler, *Journal for General Philosophy of Science* 2016 (przyjęte do druku); zob. także literaturę cytowaną w tych artykułach.

[9] Zob. Zob. P. Błaszczyk, K. Mrówka, *Euklides. Elementy. Księgi V–VI. Tłumaczenie i komentarz*, CCPress, Kraków 2013, 176–177.

[10] Zob. J. Mioduszewski, *Ciągłość. Szkice z historii matematyki*, WSiP, Warszawa 1996; W. Więsław, *Matematyka i jej historia*, Wydawnictwo NOWIK, Opole 1997; M. Kordos, *Wykłady z historii matematyki*, SCRIPT, Warszawa 2005; L. Gruszecki, *Zarys dziejów matematyki*, Wydawnictwo KUL, Lublin 2009.

[11] Zob. A. Pałka, Jan Ziarnko's Anamorphic Print 'A Pair of Lovers Embracing', *Print Quarterly* 32(1), 2015, 3–13.

polskiej w zakresie historii nauk matematycznych (1918) czy Zdzisława Opiala *Stan i potrzeby historii matematyki w Polsce* (1968).

Nawiązując do odróżnienia *history* i *heritage*, zaproponowanego niegdyś przez Ivora Grattan-Guinnessa[12], R. Duda wyróżnił dwa zasadnicze sposoby uprawiania historii matematyki: *historyczny* (skupiony na biografiach) i *matematyczny* (zajmujący się rozwojem pojęć, czy po prostu historią idei). Następnie, zwracając uwagę na specyfikę polskiego środowiska, odróżnił historię matematyki powszechnej i narodowej, a rysując program na przyszłość apelował o skupienie badań na *matematycznej* historii matematyki polskiej.

Diagnozując stan polskiej historii matematyki Profesor zwrócił uwagę na minimalne zainteresowanie historią ze strony zawodowych matematyków, wynikiem czego jest chociażby likwidacja Komisji Historii Matematyki PTM i trudności w zdobywaniu awansów naukowych w zakresie historii matematyki.

Trzeba jednak przyznać – dodajmy trochę polemicznie – że dla uprawiania matematyki znajomość historii nie jest konieczna. Zainteresowanie historią matematyki wśród matematyków, podobnie jak na przykład historią powszechną wśród polityków, jest pochodną wykształcenia ogólnego. Jeżeli historia matematyki nie jest obecna ani w nauczaniu szkolnym, ani akademickim, to zainteresowanie tą dziedziną może przyjść jedynie z zewnątrz: z referatu wysłuchanego przypadkowo gdzieś na kongresie matematycznym, czy z książki o intrygującym tytule, zauważonej u kolegi z USA. Z drugiej strony, znane są przykłady zagadnień wyrosłych na pograniczu historii i filozofii matematyki, które angażowały wybitnych, acz refleksyjnie nastrojonych matematyków. Wymieńmy dla przykładu różnice w interpretacji Księgi II *Elementów* Euklidesa – zagadnienie znane pod nazwą *algebraizacja geometrii*. Dyskusja wokół tego problemu zaangażowała z jednej strony matematyków takich jak B. Van der Waerden, H. Freudenthal, A. Weil, z drugiej, wybitnych historyków, takich jak O. Neugebauer, S. Unguru, I. Grattan-Guinness[13].

O ile skłonność do refleksji jest przypadłością, na którą nie sposób wpłynąć, to zainteresowanie historią matematyki można rozbudzić, ukazując ją jako źródło aktualnych problemów czysto matematycznych. Kilka przykładów. Aksjomaty geometrii euklidesowej podane przez Hilberta w *Grundalgen der Geometrie* można traktować jako interpretację Ksiąg I–IV *Elementów* Euklidesa. Przyjęto w nich jednak rozwiązanie, które historyk winien zakwestionować. Otóż w systemie Hilberta porządek liniowy jest definiowany (*via* relacja *leżenia między*); tak samo jest w ujęciu geometrii euklidesowej autorstwa Karola Borsuka i Wandy Szmielew, gdzie porządki liniowe w zbiorach odcinków i kątów są definiowane[14]. O ile więc we współczesnych aksjomatykach porządek liniowy jest definiowany, o tyle w *Elementach* jest on pojęciem pierwotnym — fakt ten wynika z analizy Księgi V[15]. Zadanie matematyczne z tym związane można więc tak przedstawić: zbudować aksjomatykę

[12] Zob. I. Grattan-Guinness, The mathematics of the past: distinguishing its history from our heritage, *Historia Mathematica* 31, 2004, 163–185.

[13] Przegląd stanowisk w tym trwającym już ponad wiek sporze podaje V. Blåsjö w artykule In defence of geometrical algebra, *Archive for History of Exact Science*, 2016 (online first).

[14] Zob. K. Borsuk, W. Szmielew, *Podstawy geometrii*, PWN, Warszawa 1972; zob. także P. Błaszczyk, *Analiza filozoficzna rozprawy Richarda Dedekinda 'Stetigkeit und irrationale Zahlen'*, Wydawnictwo Naukowe AP, Kraków 2007, rozdz. II, 77–102.

[15] Zob. P. Błaszczyk, K. Mrówka, *Euklides. Elementy. Księgi V–VI. Tłumaczenie i komentarz*, CCPress, Kraków 2013, 98–122, 256–269.

geometrii, w której porządek liniowy (relacja *większy-mniejszy* wśród odcinków i *większy-mniejszy* wśród kątów) będzie pojęciem pierwotnym. Taka aksjomatyka byłaby bliżej oryginalnego systemu Euklidesa, niż ta podana przez Hilberta.

Stworzenie nowej aksjomatyki geometrii euklidesowej jest poważnym wyzwaniem, dlatego wskażemy jeszcze dwa inne problemy wyrastające wprost z badań historycznych. Otóż wbrew powszechnemu mniemaniu wzorem metody dedukcyjnej jest nie tyle geometria Euklidesa (braki systemu Euklidesa są często powtarzane przy okazji prezentacji systemu Hilberta), ile teoria proporcji rozwinięta w Księdze V. Znane są dwa systemy aksjomatów tej teorii[16]. Zadanie, które czeka na rozwiązanie, to wykazanie niezależności tych aksjomatów (dla każdego systemu, musi być ono oczywiście rozważane odrębnie) – jest więc to takie samo zadanie jak to, które postawił sobie Hilbert prezentując aksjomaty geometrii euklidesowej.

I jeszcze jedno zadanie. Kartezjusz naszkicował w *Geometrii* sposób rozwiązania zagadnienia Pappusa dla dowolnej liczby prostych[17]. Zamysł swój doprowadził do przypadku 13 linii. Zagadnienie Pappusa ciągle czeka na ogólne rozwiązanie.

Z problemem, który hasłowo nazwiemy *Jak zainteresować zawodowych matematyków historią matematyki*, wiążą się kwestie metodologiczne, które w wystąpieniu Romana Dudy były zaznaczone tylko drobnym muśnięciem. A pytanie jest następujące: jak pisać historię matematyki, by zachować wierność materiałom źródłowym, trafić do współczesnego czytelnika, a przy tym nie popaść w ton popularnonaukowy. W książce *Euklides. Elementy. Księgi V–VI. Tłumaczenie i komentarz* pokazaliśmy, jak zamieniamy tekst Księgi V w formuły algebraiczne zrozumiałe dla współczesnego matematyka. W wyniku wskazanych zabiegów hermetyczny tekst sprzed 2 000 lat, po uprzednim przerobieniu kilku ćwiczeń i przestudiowaniu objaśnień, może być czytany z taką łatwością, jak podręcznik algebry elementarnej. Przyjętej metodzie transkrypcji (formalizacji) towarzyszą objaśnienia, takie na przykład jak to, że w greckiej matematyce w ogóle (nie tylko w Księdze V) nie ma pojęcia odpowiadającego symbolowi $+$, a formuła, powiedzmy $A+B$ w tekście greckim będzie zapisana jako „A, B". Czytelnik otrzymuje więc reguły, które nie tylko pozwalają mu przekładać prozę matematyczną sprzed 2 000 lat na formuły algebraiczne, ale i odwrotnie, formuły algebraiczne przekładać na prozę matematyczną. Jako ciekawostkę dodajmy, że w jednej z recenzji artykułu skierowanego do pisma *Foundations of Science* otrzymaliśmy taką oto uwagę, napisaną, co wynika, z wcześniejszych partii, przez zawodowego matematyka: „An ordinary mathematician would quite appreciate a translation of Elements V.5, not just into English words but symbols that a modern person might understand". Polski czytelnik dysponuje taką transkrypcją nie tylko definicji V.5, ale i V.4, V.7, i wszystkich 25 twierdzeń Księgi V wraz z dowodami.

Inną próbą tego rodzaju jest formalizacja arytmetyki odcinków z *Geometrii* Kartezjusza[18]. Pozwala ona pokazać, że chociaż Kartezjusz nie dysponował ogólnym pojęciem liczby, to mógł posługiwać się odcinkami, tak jak współczesny

[16] Zob. F. Beckmann, Neue Gesichtspunkte zum 5. Buch Euklids, *Archive for History of Exact Sciences* IV, 1967, s. 1–144; P. Błaszczyk, K. Mrówka, *Euklides. Elementy. Księgi V–VI. Tłumaczenie i komentarz*, op. cit., 115–117.

[17] Zob. P. Błaszczyk, K. Mrówka, *Kartezjusz, Geometria. Tłumaczenie i komentarz*, Universitas, Kraków 2015.

[18] Ibidem, 146–166.

matematyk posługuje się elementami ciała uporządkowanego. Jeszcze inną próbę formalizacji przedstawiliśmy w serii artykułów towarzyszących tłumaczeniom klasycznych tekstów z historii liczb rzeczywistych[19].

Na podobne formalizacje czeka jeszcze wiele klasycznych dzieł i zagadnień, by wymienić Archimedesa i technikę wyczerpywania czy analizę matematyczną w ujęciu Eulera. O dziwo istnieje tylko jedna praca poświęcona transpozycji dorobku Archimedesa na współczesny język matematyczny: E. J. Diksterhuis, *Archimedes*[20]. Próba ta jest niezadowalająca z dwóch względów: (1) autor tworzy całą gamę własnych pojęć i oznaczeń, przez co czytelnik musi uczyć się nowego języka symbolicznego, (2) posługuje się pojęciem granicy, które jest całkowicie obce matematyce greckiej i nie przystaje do metody wyczerpywania. Jest to więc próba formalizacji, która zakłamuje tekst źródłowy. Gdy zaś idzie o Eulera, to pozytywnym przykładem formalizacji jest praca M. McKinzie, C. Tuckey, *Hidden lemmas in Euler's summation of the reciprocals of the squares*[21]. W tym przypadku, autorzy objaśnili pojęcia, które dla większości historyków wydają się niezrozumiałe oraz uzupełnili rozumowanie Eulera o twierdzenia (dowodzone w ramach współczesnej analizy niestandardowej), które pozwalają traktować jego dowody z zachowaniem współczesnych standardów poprawności[22].

Na zakończenie uwag do wystąpienia Romana Dudy postawmy najważniejsze pytanie: Po co historia matematyki? Profesor nie podjął tego wątku, bo to prawie pytanie o sens życia. Spróbujemy podejść do tej kwestii pragmatycznie. Otóż Grattan-Guinness widzi oczywistą rolę historii w nauczaniu matematyki na poziomie akademickim. I faktycznie, co jakiś czas pojawiają się próby ziszczenia takiego zamysłu[23]. Generalny pomysł jest taki, aby wprowadzać studenta w daną dziedzinę matematyki w porządku historycznym, a nie tak, jak to jest najczęściej, w oparciu o jakąś monografię powstałą w drugiej połowie XX wieku.

Jeszcze inną rolę może odegrać historia matematyki w filozofii. Sytuacja jest tutaj taka, że filozofowie matematyki, otoczeni murem teorii mnogości i pogrążeni w dyskusjach nad aksjomatami, już dawno stracili kontakt z rzeczywistością, to jest bieżącą matematyką (pod tym względem są w dużo gorszej sytuacji niż historycy matematyki, acz nie boleją nad tym, bo funkcjonują w ramach innych insty-

---

[19] Zob. P. Błaszczyk, Nota o rozprawie Otto Höldera *Die Axiome der Quantität und die Lehre vom Mass*, *Annales Universitatis Paedagogicae Cracoviensis. Studia ad Didacticam Mathematicae Pertinentia* V, 2013, 129–142; P. Błaszczyk, Nota o rozprawie Eduarda Heinego *Elemente der Functionenlehre*, *Annales Universitatis Paedagogicae Cracoviensis. Studia ad Didacticam Mathematicae Pertinentia* VI, 2014, 129–144; P. Błaszczyk, Nota o *Lehrbuch der Algebra. Einleitung* Heinricha Webera, *Annales Universitatis Paedagogicae Cracoviensis. Studia ad Didacticam Mathematicae Pertinentia* VII, 2015, 129–139 (niniejszy tom)

[20] Zob. E. J. Diksterhuis, *Archimedes*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey 1989 (wyd. pierwsze 1938).

[21] Zob. M. McKinzie, C. Tuckey, Hidden lemmas in Euler's summation of the reciprocals of the squares, *Archive for History of Exact Science* 51, 1997, 29–57.

[22] Jako przykład niezrozumienia Eulera można wskazać najnowszą pracę Jeremy'ego Graya, *The real and the complex: a history of analysis in the 19th century*, Springer, Heidelberg 2015.

[23] Zob. J. Fauvel, J., van Mannen, (Eds.), *History in Mathematics Education. The ICME Study.* Kluwer Academic, Dordrecht 2000; A. Knoebel, R. Laubenbacher, J. Lodder, D. Pengally, *Mathematical Masterpieces*, Springer, New York 2006

tucji)[24]. Z historycznego punktu widzenia teoria mnogości jest tylko jedną z wersji całościowego ujęcia matematyki, rolą historyków byłoby natomiast opisanie innych wersji matematyki z ukazaniem ich swoistości. (Dotychczasowa praktyka jest taka, że historia matematyki jest przedstawiana jako dążenie do teorii z XX wieku.) Wówczas w odpowiedzi na pytanie, czym jest matematyka, można ukazać jej różne wersje historyczne, tak jak w odpowiedzi na pytanie, czym jest człowiek ukazuje się historycznie różne przejawy jego aktywności. Istnieją książki z historii matematyki sięgające takich fundamentalnych pytań[25].

4. XXXI Konferencja z Historii Matematyki odbędzie się w Będlewie, w dniach 22–26 V 2017.

Instytut Matematyki
Uniwersytet Pedagogiczny
ul. Podchorążych 2
PL-30-084 Kraków
e-mail pb@up.krakow.pl

[24] Chwalebnym przykładem filozofa sięgającego w głąb historii matematyki jest Ian Hacking; zob. jego *Why Is There Philosophy of Mathematics At All?*, Cambridge University Press, Cambridge 2014.

[25] Zob. J. Klein, *Greek mathematical thought and the origin of algebra*, Dover, New York 1968.